

分形理论用于洪水分期的初步探讨*

侯 玉^①

吴伯贤^② 郑国权^①

(中山大学地理学系^① 广州 510275) (四川大学水利工程系^② 成都 610065)

摘 要 用分形理论对洪峰散点序列进行了分析,发现洪峰散点序列在一定尺度范围内表现出了自相似性,初步证明洪峰散点序列是一种分形。提出了用分形理论划分洪水分期的方法,并以雅砻江小得石站洪水分期研究为例。结果显示,用分形法划分的洪水分期和传统的经验方法划分的洪水分期基本一致,但和传统方法相比,新方法的优点较为客观。

关键词 分形理论 分维 洪水分期

分类号 P 333.2

洪水具有季节性变化规律,在水利水电工程的规划、设计、施工和运行中,都必须考虑这种特性。目前洪水分期的划分一般靠经验方法确定,即考虑洪峰点在时间轴上的分布情况,同时考虑工程的设计、施工及运行要求^[1,2],将洪峰量级大体一致的时段划分为一个分期。

随着分形研究的深入,分形理论已能处理形态(结构)、功能和信息等方面具有自相似性的对象,它可表征研究对象的复杂性、不规则性和演化性等内在的规律性。洪峰流量随季节、时间变化的过程是自然界中的一种复杂现象,在这种复杂现象的背后隐藏着特定的规律性。这种规律性在通常尺度不变规则下不易直观观测到;而在尺度变换规则下,其规律性则显而易见。

洪峰散点序列可认为是不同期洪峰点的组合,从统计意义上来说,一年中一定时期内,洪水的发生有较相似的机制,也就是说,洪峰点据系列具有相似性,因而认为洪峰散点序列为分形的初步论据。但究竟分形的准确定义是什么,如何判断某种对象是分形,至今,仍是一个需要进一步讨论的问题。曼德尔布罗特最早指出,豪斯道夫维数严格大于拓扑维数的集合称为分形^[4],但这仅为试验性定义,很不严格,缺乏操作性。1982年,曼德尔布罗特进一步提出:“其组成部分以某种方式与整体相似的形体叫分形”^[3]。但这只能说是在对分形的一种表述。也有许多学者认为,分形是看出来的,而无法严格证明“什么”是“分形”。目前国内外在分形研究中普遍的作法是在对研究对象自相似性的定性认识基础上,并根据 $\ln N(X) \sim \ln(X)$ 关系曲线中是否存在直线段即无标度区来判断是否为分形的。本文的研究即是在上述宗旨下进行的。

1 分维的选择及算法

分维有容量维、信息维和关联维等^[3,4]许多种。研究目的和研究对象的性质不同,分维和其测定的方法也不同。一般常用的是容量维,对于一个时间序列且对任意 X 在尺度小于 X 的不规则集下,观察 $X \rightarrow 0$ 时其度量 $N(X)$ 的变化。点绘 $\ln N(X) \sim \ln(X)$ 图形,如果曲线中间直线

收稿日期: 1997-11-17; 修改稿日期: 1998-04-27

* 国家自然科学基金资助项目 (No. 49401002)

段存在，则可认为此序列为分形，此曲线中间直线段 X 的范围称为无标度区。

R. F. 斯曼利等^[7]在计算新赫布里底群岛地震谱系列的时间分维时，引入了一个新的量 NN ，即相对度量：

$$NN(X) = N(X) / NT$$

(1)

式中 $N(X)$ 为绝对度量； NT 为划分的总时段数， $NT = T/X$ ， T 为研究时段总长， X 为时段步长。作出 $\ln NN(X) \sim \ln(X)$ 关系图，若无标度区直线段的斜率为 b ，则分维 Db 由下式求出

$$Db = d - b$$

(2)

式中 d 为拓扑维，洪峰散点分布在 $Q-t$ 二维面上， d 取 2。上述方法求得的维数即为容量维。

按照 R. F. 斯曼利的方法，可以推求洪峰点据系列的容量维数。具体地，设一个洪峰点据序列： X_1, X_2, \dots, X_n ，按洪峰发生的时间先后顺序，将其点绘在时间轴上，即为通常的洪峰散点图。在一定切割水平下，取时段长 X ，量度值为洪峰时段数与总时段数之比 $NN(X)$ （注：洪峰时段数为洪峰超过切割水平的时段数）取不同的 X ，统计相应的 $NN(X)$ ，点绘 $\ln NN(X) \sim \ln(X)$ 关系图，若有直线段存在，求其斜率 b ，由（2）式即可计算出洪峰点据系列分形的分维 Db 。

2 实例与成果分析

二滩电站位于四川省雅砻江，为电站的施工，需要推算二滩电站处雅砻江小得石站分期洪水，据小得石站 1959~1985 年 27 年的流量过程资料，从中选取了 868 个洪峰点。选取洪峰点时，相邻洪峰间隔时间需较长，以保证各洪峰点相对比较独立。

2.1 传统法确定分期洪水的分期

表 1 传统法确定洪水分期成果

据洪峰散点分布状况和工程施工的要求，文献 [2, 8] 将小得石站分期洪水的分期划分为 6 个时段，见表 1。

Table 1. Seasonal periods determined by traditional method		
分段号	分段名	起止时间
1	枯水期	11月 1日~ 2月 28日
2	汛期起涨期	3月 1日~ 4月 15日
3	汛期过渡期	4月 16日~ 5月 20日
4	汛前副汛期	5月 21日~ 6月 30日
5	主汛期	7月 1日~ 9月 20日
6	汛后副汛期	9月 21日~ 12月 31日

2.2 分形法确定洪水分期

采用水文年度，以 11 月 1 日为起点，先取 $NT = 61$ ，即以 11 月 1 日至 12 月 31 日作为初定的第一段分期。在一定的切割水平下（可取为分期内洪峰平均流量的 1.1 倍，其它分期同），用尺度变换法求容量维数。具体步骤是：

（1）尺度 X 分别取 1, 2, 3, ..., $10d$ ，在各尺度下，分别统计出洪峰值大于切割水平的时段数 $N(X)$ ，其与总时段数 NT 的比值即为度量值 $NN(X)$ ，其中的总段数 NT 为时段总长 T 与尺度 X 的比值。

（2）点绘 $\ln NN(X) \sim \ln(X)$ 关系曲线，曲线中间直线段对应的范围为“无标度区”，直线段的斜率为 b ，由（3）式即可计算出容量分维值。

（3）加长（或缩短）初定的第一段分期，即可得到一系列随时段长变化的 $\ln NN(X) \sim \ln(X)$ 曲线。 $\ln NN(X) \sim \ln(X)$ 曲线及分维值开始发生显著变化时的时段长即为合适的分期。这样，即可确定出第一个分期。

（4）以第一个分期末为第二个分期的起点，重复上面的步骤，即可确定出第二个分期。依此类推，可确定出各个分期。

图 1 列出在一定切割水平下，各期 $\ln NN(\bar{X}) \sim \ln(\bar{X})$ 关系曲线变化情况。

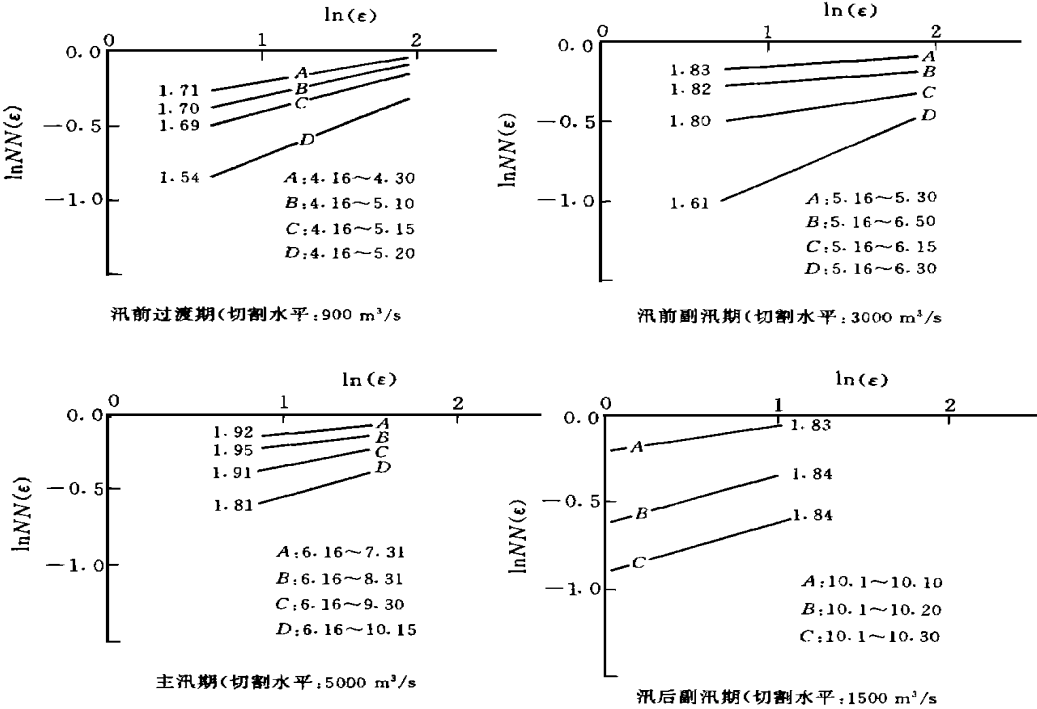


图 1 各期 $\ln NN(\bar{X}) \sim \ln(\bar{X})$ 关系曲线变化情况
Fig. 1. $\ln NN(\bar{X}) \sim \ln(\bar{X})$ curves in the different periods

从图 1 可以看出， $\ln NN(\bar{X}) \sim \ln(\bar{X})$ 曲线中有直线段存在，可初步断定洪峰点序列为分形。此外，还可看出，各期 $\ln NN(\bar{X}) \sim \ln(\bar{X})$ 关系曲线簇中，A B C 曲线的直线段斜率大体一致，而 D 曲线中直线段的斜率与 A B C 曲线直线段斜率相差较大。因此认为 C 曲线对应的时期作为一个分期。据此，本文将小得石站洪水分期划分为 5 段。表 2 列出了小得石站洪水分期结果^[2,8]。

表 2 分形分析法划分小得石站洪水分期成果

Table 2. Seasonal periods determined by fractal analysis method					
分段号	分段名	起止时间	容量维数	无标度区	切割水平
1	枯水期	11. 1~ 4. 15	1. 84	$e^{0.69} \rightarrow e^{1.61}$	500
2	汛前过渡期	4. 16~ 5. 15	1. 69	$e^{0.69} \rightarrow e^{1.6}$	900
3	汛前副汛期	5. 16~ 6. 15	1. 80	$e^{0.69} \rightarrow e^{1.95}$	300
4	主汛期	6. 16~ 9. 30	1. 91	$e^{0.69} \rightarrow e^{1.61}$	5000
5	汛后副汛期	10. 1~ 10. 31	1. 84	$e^{0} \rightarrow e^{1.10}$	15000

显然，从图 1 和表 2 可以看出，5 个分期中，在不同的切割水平下，分维值在 11 月 1 日~ 4 月 15 日，4 月 16 日~ 5 月 15 日，5 月 16 日~ 6 月 15 日，6 月 16 日~ 9 月 30 日，10 月 1 日~ 10 月 31 日，诸时期与其它时期的 $\ln NN(\bar{X}) \sim \ln(\bar{X})$ 关系曲线及分维值有显著差异。

2.3 传统法与分形分析法确定洪水分期的比较

从表 1 和表 2 可以看出，传统法与分形分析法确定的小得石站洪水分期大体一致，其中传统法将分形分析法确定的枯水期又进一步细分为枯水期和汛前起涨期，其它各期则十分接近。与

传统方法相比, 用分形理论划分洪水分期, 其结果相对较为客观, 受经验和人为影响较小, 但缺点是分析计算的工作量较大。

3 结 语

综上所述, 可得出以下结论:

(1) 洪峰点系列在时间轴上的分布, 处处稀疏。其背后存在着一定规律性, 洪水洪峰点据的分维客观存在。分维的大小表征了洪峰系列在结构上的复杂程度和演化性。用分维作指标划分洪水分期有一定的理论根据且是可行的。

(2) 本文将分形理论应用于分期洪水的划分中, 虽然只是一个初步的尝试, 但可以预料随着研究工作的进一步深入, 分形理论在水文学领域将得到越来越广泛的应用。

参 考 文 献

- 1 中华人民共和国水利电力部. 水利水电工程设计洪水计算规范. 北京: 水利电力出版社, 1983
- 2 水电部成都勘测设计院规划处水文组. 水文计算经验汇编, 第四集. 北京: 水利电力出版社, 1984
- 3 Mandelbrot B B. The Fractal Geometry of Nature, Freeman, Sanfrancisc. 1982.
- 4 Mandelbrot B B. Fractal Form, Chaos and Dimension. W H Freeman. 1977.
- 5 Hou Yu, Wu BoXian. Fractals and their predicting application in hydrology. Proceeding of the Third Chinese-German Symposium on Hydrology and Coastal Engineering. April, 1991, Nanjing.
- 6 吴伯贤, 侯 玉. 分形与水文学. 2000年中国水文展望全国青年学术讨论会论文集. 南京: 河海大学出版社, 1991. 103~ 106
- 7 Smally R F. A fractal approach to the clustering of earthquakes Application to the similitude of the new hebmides, BSSA, 1987, 27 (4)
- 8 丁 晶, 侯 玉. 随机模型估算分期洪水的初探. 成都科技大学学报. 1988, 5 93~ 98

Preliminary Study on the Seasonal Periods Classification of Floods by Using Fractal Theory

Hou Yu^①, Wu Boxian^②, and Zheng Guoquan^①

(Dept. of Geography, Zhongshan University,^① Guangzhou 510275)

(Sichuan University,^② Chengdu 610065)

Abstract In this paper, The characteristics of flood events series have been analyzed by using fractal theory, it is shown that the flood events have the character of self-similarity, and is a fractal. Further, a case study on the seasonal flood periods classification at the station of Xiao Deshi in Ya Long river is given, the results show that the periods determined by using fractal theory are consistent with that from traditional method. In comparison with traditional method, the new method is much more objective.

Key words fractal theory; fractal dimension; seasonal flood.